

Potenzgesetze:

- (1)  $x^r \cdot x^s = x^{r+s}$  Potenzen mit der gleichen Basis werden multipliziert, indem man die Basis beibehält und die Exponenten addiert.
- (2)  $\frac{x^r}{x^s} = x^{r-s}$  Potenzen mit der gleichen Basis werden dividiert, indem man die Basis beibehält und die Exponenten subtrahiert.
- (3)  $(x^r)^s = x^{r \cdot s}$  Potenzen werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert.
- (4)  $x^r \cdot y^r = (x \cdot y)^r$  Potenzen mit dem gleichen Exponenten werden multipliziert, indem man die Basen multipliziert und den Exponenten beibehält.
- (5)  $\frac{x^r}{y^r} = \left(\frac{x}{y}\right)^r$  Potenzen mit dem gleichen Exponenten werden dividiert, indem man die Basen dividiert und den Exponenten beibehält.

Außerdem gilt:

- (A)  $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$  Steht eine Potenz im Nenner, so kann sie auch mit negativem Exponenten geschrieben werden.
- (B)  $\sqrt[n]{x^z} = x^{\frac{z}{n}}$  Die n-te Wurzel aus einem Wurzelradikanden kann man auch als Potenz schreiben, wobei der Wurzelradikand zur Basis und der Wurzelexponent (n) zum Nenner des Exponenten werden.

Insbesondere beim Vereinfachen von Termen werden die Potenzgesetze angewandt, wie die folgenden Beispiele zeigen.

- 1)  $\left(\frac{4}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{4 \cdot 9 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 3}\right)^3$ , laut Potenzgesetz (4)  $\rightarrow = 4^3 = \underline{64}$
- 2)  $\left(\frac{a^3b}{3x^2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{12ax}{b^3}\right)^{-2} = \left(\frac{a^3b \cdot 12ax}{3x^2 \cdot b^3}\right)^{-2}$ , laut Potenzgesetz (4)  $\rightarrow = \left(\frac{4a^4}{b^2x}\right)^{-2} = \underline{\underline{\left(\frac{b^2x}{4a^4}\right)^2}}$ , laut (A)
- 3)  $\left(\sqrt[3]{\frac{2xy}{z^2}}\right)^2 : \left(\sqrt[3]{\frac{4x^2}{yz}}\right)^2 = \left(\frac{2xy}{z^2}\right)^{\frac{2}{3}} : \left(\frac{4x^2}{yz}\right)^{\frac{2}{3}}$ , laut (B)  $\rightarrow = \left(\frac{2xy \cdot yz}{z^2 \cdot 4x^2}\right)^{\frac{2}{3}}$ , laut Potenzgesetz (5)  $\rightarrow = \left(\frac{y^2}{2xz}\right)^{\frac{2}{3}}$   
 $\rightarrow = \underline{\underline{\sqrt[3]{\left(\frac{y^2}{2xz}\right)^2}}}$ , laut (B)
- 4)  $\left(\frac{\sqrt[3]{4ab^2}}{\sqrt{2a^3b}}\right)^6 = \frac{(4ab^2)^{\frac{6}{3}}}{(2a^3b)^{\frac{6}{2}}}$ , laut (B)  $\rightarrow = 2^{4-3} a^{2-9} b^{4-3}$ , laut (A) und Potenzgesetz (2)  $\rightarrow = \underline{\underline{\frac{2b}{a^7}}}$
- 5)  $\frac{\sqrt[3]{2x^2} \cdot \sqrt[6]{8x^3}}{\sqrt{2x}} = \frac{2^{\frac{1}{3}} x^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{3}{6}} x^{\frac{3}{6}}}{2^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}}$ , laut (B)  $\rightarrow = 2^{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}} x^{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}}$ , laut (A) und Potenzges. (1) und (2)  $\rightarrow = \underline{\underline{\sqrt[3]{2x^2}}}$ , laut (B)
- 6)  $\sqrt[3]{\left(\sqrt[8]{(64a)^3}\right)^4} = \left((64a)^{\frac{3}{8}}\right)^{\frac{4}{3}}$ , laut (B)  $\rightarrow = (64a)^{\frac{1}{2}}$ , laut Potenzgesetz (3)  $\rightarrow = \sqrt{64a} = \underline{\underline{8\sqrt{a}}}$