

Bsp. 1: $f(x) = 2\sqrt{5-3x} + 3$

$D_f: 5-3x \geq 0 \rightarrow -3x \geq -5 \quad | :(-3)$

$\rightarrow x \leq \frac{5}{3}$ **Achtung!** Bei Division durch neg. Zahl (-3) ändert sich das Relationszeichen!

$\rightarrow D_f = \{x \mid x \leq \frac{5}{3}; x \in \mathbb{R}\}$

Nullstellen: $2\sqrt{5-3x} + 3 = 0 \rightarrow$ Wurzel isolieren

$2\sqrt{5-3x} = -3 \rightarrow$ Quadrieren

$4(5-3x) = 9 \rightarrow$ Gleichung lösen

$x = \frac{11}{12}$

Probe: $2\sqrt{5-\frac{33}{12}} + 3 = 0$ falsche Aussage

\rightarrow **keine Nullstelle**

Bsp. 2: $f(x) = 3\sqrt{2x+1} - 2\sqrt{4-x}$

$D_f: 2x+1 \geq 0$ und $4-x \geq 0 \rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$ und $x \leq 4 \rightarrow D_f = \{x \mid -\frac{1}{2} \leq x \leq 4; x \in \mathbb{R}\}$

Nullstellen: $3\sqrt{2x+1} - 2\sqrt{4-x} = 0 \rightarrow$ Wurzeln trennen

$3\sqrt{2x+1} = 2\sqrt{4-x} = 0 \rightarrow$ Quadrieren

$9(2x+1) = 4(4-x) \rightarrow$ Gleichung lösen

$x = \frac{7}{22}$

Probe: $3\sqrt{\frac{7}{11}+1} - 2\sqrt{4-\frac{7}{22}} = 0$ wahre Aussage

\rightarrow **Nullstelle** $x_0 = \frac{7}{22}$ (außerdem ist $\frac{7}{22} \in D_f$)

Bsp. 3: $f(x) = \sqrt{2x+7} + \sqrt{x} - 4$

$D_f: 2x+7 \geq 0$ und $x \geq 0 \rightarrow x \geq -3,5$ und $x \geq 0 \rightarrow D_f = \{x \mid x \geq 0; x \in \mathbb{R}\}$

Nullstellen: $\sqrt{2x+7} + \sqrt{x} - 4 = 0 \rightarrow$ Wurzeln trennen

$\sqrt{2x+7} = 4 - \sqrt{x} \rightarrow$ Quadrieren

$2x+7 = (4 - \sqrt{x})^2 \rightarrow$ Binomische Formel anwenden

$2x+7 = 16 - 8\sqrt{x} + x \rightarrow$ Wurzel isolieren

$x-9 = -8\sqrt{x} \rightarrow$ Quadrieren (Binomische Formel auf linke Seite anwenden!)

$x^2 - 18x + 81 = 64x \rightarrow$ Normalform herstellen

$x^2 - 82x + 81 = 0 \rightarrow$ Gleichung lösen

$x_1 = 81 \quad x_2 = 1$

Probe für $x_1 = 81$: $\sqrt{162+7} + \sqrt{81} - 4 = 0$ falsche Aussage

Probe für $x_2 = 1$: $\sqrt{2+7} + \sqrt{1} - 4 = 0$ wahre Aussage

\rightarrow **Nullstelle** $x_{01} = 1$ (außerdem ist $1 \in D_f$)