Wiederholung: $a = b^c$ a – Potenz b – Basis c – Exponent

$\rightarrow b = \sqrt[c]{a}$ und $\boxed{c = \log_b a}$

Definition: Logarithmus a zur Basis b (kurz: $\log_b a$) ist diejenige Zahl c, für die gilt: $b^c = a$ (a, b > 0)

Beispiele:

1. $\log_{10} 1000 = 3$, da $10^3 = 1000$
2. $\log_2 256 = 8$, da $2^8 = 256$
3. $\log_5 625 = 4$, da $5^4 = 625$
4. $\log_{10} 0{,}01 = -2$, da $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$
5. $\log_2 0{,}125 = -3$, da $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0125$
6. $\log_8 2 = \frac{1}{3}$, da $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$
7. $\log_{64} \frac{1}{4} = -\frac{1}{3}$, da $64^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{4}$

Spezielle Logarithmen:

$\log_{10} x \equiv \lg x$ heißt dekadischer Logarithmus

$\log_e x \equiv \ln x$ heißt natürlicher Logarithmus mit $e = 2{,}718281828$

Logarithmengesetze:

Allgemein	Bsp.
(1) $\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$	$\log_2(4 \cdot 8) = \log_2 4 + \log_2 8$, da 5 = 2 + 3
(2) $\log_a \frac{u}{v} = \log_a u - \log_a v$	$\log_2 \frac{64}{4} = \log_2 64 - \log_2 4$, da 4 = 6 - 2
(3) $\log_a u^v = v \cdot \log_a u$	$\log_2 4^3 = 3 \log_2 4$, da $6 = 3 \cdot 2$
(4) $\log_a \sqrt[n]{u} = \frac{1}{n} \cdot \log_a u$	$\log_2 \sqrt[3]{64} = \frac{1}{3} \log_2 64$, da $2 = \frac{1}{3} \cdot 6$

Berechnen beliebiger Logarithmen:

$\log_8 5000 = x \rightarrow 8^x = 5000 \quad | \lg \rightarrow x \cdot \lg 8 = \lg 5000 \quad |: \lg 8 \rightarrow x = \frac{\lg 5000}{\lg 8} \approx 4{,}095904127$

Probe: $8^{4{,}095904127} = 5000$

Allgemein:

$$\boxed{\log_c b = \frac{\log_a b}{\log_a c} = \frac{\lg b}{\lg c} = \frac{\ln b}{\ln c}}$$