Exponentialgleichungen sind Gleichungen, wo die Variable im Exponenten vorkommt.
Um den Exponenten zu bestimmen, muss man die Gleichung zum „geeigneten Zeitpunkt“ logarithmieren, das heißt, entweder den natürlichen oder den dekadischen Logarithmus beider Terme der Gleichung bilden.

Bsp. 1) $8^x = 1500 \;\; | \ln \;\rightarrow\; \ln(8^x) = \ln 1500$

$\rightarrow$ nach Anwendung des 3. Logarithmengesetzes: $x \ln 8 = \ln 1500 \;\; |: \ln 8 \;\rightarrow\; x = \frac{\ln 1500}{\ln 8} \approx \underline{\underline{3{,}5169}}$

Probe: $8^{3{,}5169} \approx 1500$ w.A.

Bsp. 2) $100 \cdot 3^{2x-10} = \frac{5}{8} \;\; |: 100 \;\rightarrow\; 3^{2x-10} = \frac{1}{160} \;\rightarrow\; | \ln \;\rightarrow\; (2x-10)\ln 3 = \ln \frac{1}{160} \;\; |: \ln 3$

$\rightarrow\; 2x - 10 = \frac{\ln 1 - \ln 160}{\ln 3} \;\; |+10 \;\rightarrow\; 2x = \frac{-\ln 160}{\ln 3} + 10 \;\; |: 2 \;\rightarrow\; x = -\frac{\ln 160}{2 \ln 3} + 5 \approx \underline{\underline{2{,}6902}}$

Probe: $100 \cdot 3^{2 \cdot 2{,}6902 - 10} \approx 0{,}625 = \frac{5}{8}$ w.A.

Bsp.3) $5^{2x} - 128 = 17 \cdot 5^x \;\; | -17 \cdot 5^x \;\rightarrow\; 5^{2x} - 17 \cdot 5^x - 128 = 0 \;\rightarrow$ Substitution: $5^x = z$

$\rightarrow\; z^2 - 17z - 128 = 0 \;\rightarrow\; z_1 \approx 22{,}65 \quad z_2 \approx -5{,}65$

$\rightarrow$ Rücksubstitution: $5^x = 22{,}65$ oder $5^x = -5{,}65$

$\rightarrow$ nur: $x = \frac{\ln 22{,}65}{\ln 5} \approx \underline{\underline{1{,}9387}}$, da $\frac{\ln(-5{,}65)}{\ln 5}$ nicht definiert ist

Bsp. 4) $2^{x-5} + 2^{x+3} = 1000 \;\rightarrow\; 2^x(2^{-5} + 2^3) = 1000 \;\rightarrow\; 2^x(\frac{1}{32} + 8) = 1000 \;\rightarrow\; 2^x \cdot \frac{1 + 8 \cdot 32}{32} = 1000 \;\; |: \frac{257}{32}$

$\rightarrow\; 2^x = \frac{32000}{257} \;\; | \ln \;\rightarrow\; x = \frac{\ln 32000 - \ln 257}{\ln 2} \approx \underline{\underline{6{,}96}}$

Probe: $2^{6{,}96-5} + 2^{6{,}96+3} \approx 1000$

Bsp. 5) $7^{2x-1} - 4^{3x+2} = 4^{3x-1} - 7^{2x+3} \;\; | +4^{3x+2} + 7^{2x+3} \;\rightarrow\; 7^{2x-1} + 7^{2x+3} = 4^{3x-1} + 4^{3x+2}$

$\rightarrow\; 7^{2x} \cdot (7^{-1} + 7^3) = 4^{3x} \cdot (4^{-1} + 4^2) \;\; |: 4^{3x} : (7^{-1} + 7^3) \rightarrow \frac{7^{2x}}{4^{3x}} = \frac{\frac{1}{4} + 16}{\frac{1}{7} + 343} \;\; | \ln$

$\rightarrow\; 2x \ln 7 - 3x \ln 4 = \ln \frac{65}{4} - \ln \frac{2402}{7} \;\rightarrow\; x \cdot (2 \ln 7 - 3 \ln 4) = \ln \frac{65}{4} - \ln \frac{2402}{7} \;\; |: (2 \ln 7 - 3 \ln 4)$

$\rightarrow\; x = \frac{\ln 65 - \ln 4 - \ln 2402 + \ln 7}{2 \ln 7 - 3 \ln 4} \approx \underline{\underline{11{,}42}}$

Probe: li. Seite: $7^{2 \cdot 11{,}42-1} - 4^{3 \cdot 11{,}42+2} \approx -6{,}77 \cdot 10^{21}$

re. Seite: $4^{3 \cdot 11{,}42-1} - 7^{2 \cdot 11{,}42+3} \approx -6{,}77 \cdot 10^{21}$