

1) Berechnen Sie jeweils den Anstieg der Funktion  $f(x)$  an der Stelle  $x_0$  mit Hilfe der Definition!

a)  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ ,  $x_0 = 4$

$$\rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(4+h)^2 - 4^2}{2h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{16 + 8h + h^2 - 16}{2h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8h + h^2}{2h} = \lim_{h \rightarrow 0} \left(4 + \frac{h}{2}\right) = \underline{4}$$

b)  $f(x) = -2x^2 + 1$ ,  $x_0 = 1$

$$\rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2(1+h)^2 + 1 - (-2 \cdot 1^2 + 1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2(1+2h+h^2) + 1 + 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-4h - 2h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (-4 - 2h) = \underline{-4}$$

c)  $f(x) = x^3 - x^2$ ,  $x_0 = 1$

$$\rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)^3 - (1+h)^2 - (1^3 - 1^2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+3h+3h^2+h^3) - (1+2h+h^2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h+2h^2+h^3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (1+2h+h^2) = \underline{1}$$

2) Bilden Sie jeweils die Ableitungsfunktion!

	Funktion	Ableitungsfunktion
a)	$f(x) = -3x^2 + 6x - 1$	$f'(x) = -6x + 6$
b)	$f(x) = \frac{3}{8}x^4 - \frac{2}{9}x^3 + \frac{3}{4}x^2$	$f'(x) = \frac{3}{2}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x$
c)	$f(x) = x^{-3} - 2x^{-2} + 3x^{-1}$	$f'(x) = -3x^{-4} + 4x^{-3} - 3x^{-2}$
d)	$f(x) = 3x^{\frac{1}{2}} + 2x^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{9}x^{\frac{3}{4}}$	$f'(x) = \frac{3}{2}x^{-\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{6}x^{-\frac{1}{4}}$
e)	$f(x) = 2x^{-\frac{5}{2}} - 4x^{-\frac{3}{4}} + 3x^{\frac{4}{3}}$	$f'(x) = -5x^{-\frac{7}{2}} + 3x^{-\frac{7}{4}} - 4x^{\frac{1}{3}}$
f)	$f(x) = \frac{3}{x^2} - \frac{4}{x^3} - \frac{5}{x^4}$	$f'(x) = -\frac{6}{x^3} + \frac{12}{x^4} + \frac{20}{x^5}$
g)	$f(x) = 3\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{x^3}$	$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{9}{2}\sqrt{x}$
h)	$f(x) = \sqrt[3]{\frac{2}{x^2}} - \frac{3}{\sqrt[4]{x^3}} - \sqrt{\frac{4}{x^4}}$	$f'(x) = -\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{2}{x^5}} + \frac{9}{4\sqrt[4]{x^7}} + \frac{4}{x^3}$

3) Berechnen Sie jeweils den Anstieg der Funktion  $f(x)$  an der Stelle  $x_0$ , indem Sie zunächst die Ableitungsfunktion  $f'(x)$  bilden und dann  $f'(x_0)$  berechnen!

a)  $f(x) = 2x^3 - 3x - 1$ ,  $x_0 = 2 \rightarrow f'(x) = 6x^2 - 3 \rightarrow f'(2) = \underline{21}$

b)  $f(x) = -2\sqrt{x} + 2$ ,  $x_0 = 9 \rightarrow f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}} \rightarrow f'(9) = \underline{-\frac{1}{3}}$

c)  $f(x) = \frac{2}{x^2} + \frac{2}{\sqrt{x}}$ ,  $x_0 = 4 \rightarrow f'(x) = -\frac{4}{x^3} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} \rightarrow f'(4) = -\frac{1}{16} - \frac{1}{8} = \underline{-\frac{3}{16}}$