

LB 3: Steigungswinkel, Tangente, Normale - Lösungen

1) $f(x) = x^2 - x + 1, x_0 = 1$

a) Steigungswinkel α : $f'(x) = 2x - 1 \rightarrow f'(1) = 1 \rightarrow \tan \alpha = 1 \rightarrow \underline{\alpha = 45^\circ}$

b) Gleichung der Tangente: $m = 1$ und $f(1) = 1 \rightarrow 1 = 1 + n \rightarrow n = 0 \rightarrow \underline{f_T(x) = x}$

c) Gleichung der Normale: $m = -1 \rightarrow 1 = -1 + n \rightarrow n = 2 \rightarrow \underline{f_N(x) = -x + 2}$

2) $f(x) = -x^2 + 4x - 2, x_0 = -1$

a) Steigungswinkel α : $f'(x) = -2x + 4 \rightarrow f'(-1) = 6 \rightarrow \tan \alpha = 6 \rightarrow \underline{\alpha = 80,5^\circ}$

b) Gleichung der Tangente: $m = 6$ und $f(-1) = -7 \rightarrow -7 = 6 \cdot (-1) + n \rightarrow n = -1 \rightarrow \underline{f_T(x) = 6x - 1}$

c) Gleichung der Normale: $m = -\frac{1}{6} \rightarrow -7 = \frac{1}{6} + n \rightarrow n = -\frac{43}{6} \rightarrow \underline{f_N(x) = -\frac{1}{6}x - \frac{43}{6}}$

3) $f(x) = \sqrt{x} - 1, x_0 = 3$

a) Steigungswinkel α : $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow f'(3) = \frac{1}{2\sqrt{3}} \approx 0,2887 \rightarrow \tan \alpha \approx 0,2887 \rightarrow \underline{\alpha = 16,1^\circ}$

b) Gleichung der Tangente: $m \approx 0,2887$ und $f(3) = \sqrt{3} - 1 \approx 0,732 \rightarrow 0,732 = 0,2887 \cdot 3 + n$
 $\rightarrow n \approx -0,1341 \rightarrow \underline{f_T(x) \approx 0,2887x - 0,1341}$

c) Gleichung der Normale: $m \approx -3,4638 \rightarrow 0,732 = -3,4638 \cdot 3 + n$
 $\rightarrow n \approx 11,1234 \rightarrow \underline{f_N(x) \approx -3,4638x + 11,1234}$

4) $f(x) = \frac{2}{x} + 2, x_0 = 2$

a) Steigungswinkel α : $f'(x) = -\frac{2}{x^2} \rightarrow f'(2) = -\frac{1}{2} \rightarrow \tan \alpha = -0,5 \rightarrow \underline{\alpha = 153,4^\circ}$

b) Gleichung der Tangente: $m = -\frac{1}{2}$ und $f(2) = 3 \rightarrow 3 = -\frac{1}{2} \cdot 2 + n \rightarrow n = 4 \rightarrow \underline{f_T(x) = -\frac{1}{2}x + 4}$

c) Gleichung der Normale: $m = 2 \rightarrow 3 = 2 \cdot 2 + n \rightarrow n = -1 \rightarrow \underline{f_N(x) = 2x - 1}$

5) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - 1, x_0 = 4$

a) Steigungswinkel α : $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}} \rightarrow f'(4) = -\frac{1}{16} \rightarrow \tan \alpha = -\frac{1}{16} \rightarrow \underline{\alpha = 176,4^\circ}$

b) Gleichung der Tangente: $m = -\frac{1}{16}$ und $f(4) = -\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2} = -\frac{1}{16} \cdot 4 + n \rightarrow n = -\frac{1}{4} \rightarrow \underline{f_T(x) = -\frac{1}{16}x - \frac{1}{4}}$

c) Gleichung der Normale: $m = 16 \rightarrow -\frac{1}{2} = 16 \cdot 4 + n \rightarrow n = -64,5 \rightarrow \underline{f_N(x) = 16x - 64,5}$