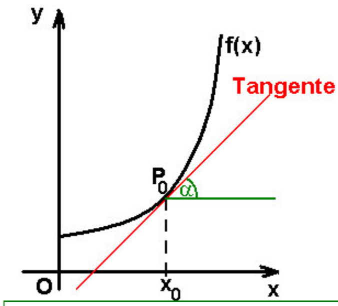
Steigungswinkel



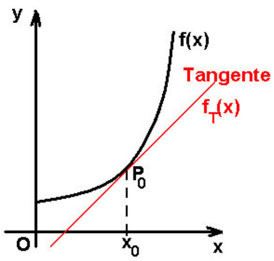
Der Steigungswinkel α gibt die Steigung eines Funktionsgraphen an einer Stelle x_0 an.

Es gilt: $\boxed{\tan\alpha = f'(x_0)}$

Beispiel: geg.: $f(x) = -2x^2 + 3x - 5$, $x_0 = -1{,}5$ ges.: Steigungswinkel α

→ $f'(x) = -4x + 3$ → $f'(-1{,}5) = 9$ → $\tan\alpha = 9$ → $\underline{\underline{\alpha \approx 83{,}7°}}$

Tangentenproblematik



Gerade $f_T(x) = m \cdot x + n$ ist Tangente an den Graphen der Funktion $f(x)$ im Punkt P_0

$\leftrightarrow$

A) Graph und Tangente haben Berührungspunkt P_0 gemeinsam → $f(x_0) = f_T(x_0)$

und

B) Graph und Tangente haben in P_0 gleichen Anstieg → $f'(x_0) = f_T'(x_0) = m$

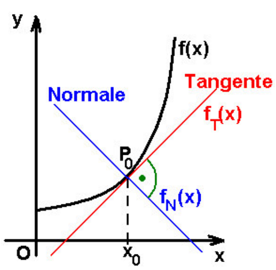
Beispiel: geg.: $f(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$, $P_0\,(2;\, f(2))$ ges.: Tangentengleichung $f_T(x)$

→ $f(2) = \frac{8}{3}$ → $P_0\,(2;\, \frac{8}{3})$ und $f'(x) = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

→ B) $f'(2) = \frac{3}{2} \cdot 2 - \frac{1}{2} = \underline{\frac{5}{2} = m}$ → A) $\frac{8}{3} = \frac{5}{2} \cdot 2 + n$ → $n = -\frac{7}{3}$

→ Tangentengleichung: $\underline{\underline{f_T(x) = \frac{5}{2} \cdot x - \frac{7}{3}}}$

Normale



Eine Normale ist eine Gerade, die senkrecht (normal) zu einer Tangente durch den gemeinsamen Punkt P_0 verläuft, d.h. die Normale schneidet den Graphen im Punkt P_0 im rechten Winkel.

Es gilt: $\boxed{m_N \cdot m_T = -1}$ → Das Produkt der beiden Anstiege ist -1

Beispiel: geg.: $f_T(x) = \frac{5}{2} \cdot x - \frac{7}{3}$, $P_0\,(2;\, \frac{8}{3})$ ges.: Normalengleichung $f_N(x)$

→ $m_N = -\frac{2}{5}$ → $\frac{8}{3} = -\frac{2}{5} \cdot 2 + n$ → $n = \frac{52}{15}$

→ Normalengleichung: $\underline{\underline{f_N(x) = -\frac{2}{5} \cdot x + \frac{52}{15}}}$