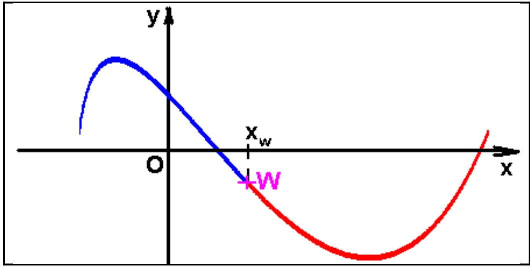
Wendepunkte



Den Punkt, in dem sich das Krümmungsverhalten von einer Rechtskrümmung (konvex) in eine Linkskrümmung (konkav) ändert, nennt man Wendepunkt W.

Die Stelle heißt Wendestelle x_W .

Die Krümmung des Graphen ist in W immer Null. → $\boxed{f''(x_W) = 0}$

Um von einer gegeben Funktion $f(x)$ die Wendepunkte zu berechnen, muss man also wie folgt vorgehen:

A) $f''(x) = 0$ → Wendestellen x_W

B) $f'''(x_W) \neq 0$ bzw. eine höhere Ableitung von x_W ist $\neq 0$

Bsp. 1: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x$

→ A) $f'(x) = x^2 - 4x - 5$ → $f''(x) = 2x - 4$ → $2x - 4 = 0$ → $\underline{x_W = 2}$

→ B) $f'''(x) = 2 \neq 0$ → $f(2) = -15\frac{1}{3}$ → $\underline{\underline{W(2;\ -15{,}33)}}$

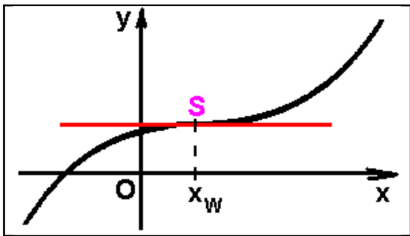
Bsp. 2: $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - x^3 - 3x^2$

→ A) $f'(x) = 3x^3 - 3x^2 - 6x$ → $f''(x) = 9x^2 - 6x - 6$ → $9x^2 - 6x - 6 = 0$ → $\underline{x_{W1} = 1{,}22}$ $\underline{x_{W2} = -0{,}55}$

→ B) $f'''(x) = 18x - 6$

$f'''(1{,}22) \approx 16{,}0 \neq 0$ → $f(1{,}22) = -4{,}62$ → $\underline{\underline{W_1(1{,}22;\ -4{,}62)}}$

$f'''(-0{,}55) \approx -16{,}0 \neq 0$ → $f(-0{,}55) = -0{,}67$ → $\underline{\underline{W_2(-0{,}55;\ -0{,}67)}}$



Verläuft die Tangente durch einen Wendepunkt (Wendetangente) parallel zur x-Achse, so nennt man diesen Wendepunkt auch Sattelpunkt S.

In diesem Sattelpunkt gilt: $\boxed{f'(x_W) = 0}$ und $\boxed{f''(x_W) = 0}$

Bsp.: $f(x) = -2x^3 + 3$

→ $f'(x) = -6x^2$ → $-6x^2 = 0$ → $\underline{x = 0}$

→ $f''(x) = -12x$ → $f''(0) = 0$ → $\underline{x_W = 0}$

→ $f'''(x) = -12 \neq 0$ → $f(0) = 3$ → $\underline{\underline{\text{Sattelpunkt } S(0;\ 3)}}$