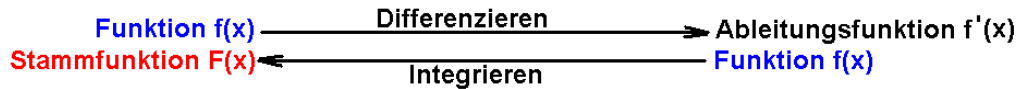


Das Integrieren ist gewissermaßen die Umkehrung des Differenzierens:



Definition: $F(x)$ heißt **Stammfunktion** von $f(x)$, falls $F'(x) = f(x)$.

Beispiel: $f(x) = 3x^2 \rightarrow F(x) = x^3$, da $F'(x) = 3x^2$ oder $F(x) = x^3 + 7$, da $F'(x) = 3x^2$

\rightarrow Zu einer Funktion $f(x)$ gibt es **unendlich viele Stammfunktionen**, die sich alle nur in einer **Konstanten** unterscheiden

Definition: Die Menge aller Stammfunktionen einer Funktion $f(x)$ heißt **unbestimmtes Integral** über $f(x)$.

Man schreibt: $\int f(x)dx = F(x) + C$ gesprochen: (unbestimmtes) Integral über $f(x)$ nach dx

$f(x)$ – Integrand

$F(x)$ – Stammfunktion

dx – Differential

C – Integrationskonstante

x – Integrationsvariable

Beispiele:

1) $\int 9x dx = \frac{9}{2}x^2 + C$ 2) $\int ax dx = \frac{a}{2}x^2 + C$ 3) $\int ax da = \frac{x}{2}a^2 + C$ 4) $\int ax dv = ax \cdot v + C$ 5) $\int 2t^2 dt = \frac{2}{3}t^3 + C$

Integrationsregeln für Potenzfunktionen und ganzrationale Funktionen:

Potenzregel: $\int x^r dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C, r \in \mathbb{R}, r \neq -1$

Faktorregel: $\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$

Summenregel: $\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$

Beispiele:

1) $\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$

2) $\int 8x^3 dx = 2x^4 + C$

3) $\int (3x^2 - 4x + 2) dx = x^3 - 2x^2 + 2x + C$

4) $\int 5\sqrt{x} dx = 5\int x^{\frac{1}{2}} dx = 5 \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} x^{\frac{3}{2}} + C = \frac{10}{3} \sqrt{x^3} + C$

5) $\int \frac{3}{\sqrt{x}} dx = 3\int x^{-\frac{1}{2}} dx = 3 \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} + C = 6\sqrt{x} + C$

6) $\int \frac{2x^3 - 1}{x^2} dx = \int \left(\frac{2x^3}{x^2} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \int (2x - x^{-2}) dx = x^2 + \frac{1}{x} + C$

7) $\int \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} dx = \int \left(x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{6}} \right) dx = \frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} - \frac{6}{7} \sqrt[6]{x^7} + C$