

LB 6: Geraden und Ebenen im Raum - Lösungen

Geg.: Punkte A (1; 2; 3), B (-2; -3; -3), C (0; 3; 2), D (2; 3; -2)

1. a) AB: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ b) AC: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ c) AD: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$

d) BC: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$ e) BD: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ f) CD: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$

2. a) Ebene ABC:

in Parameterform: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$

allgemeine Form: $11x + 3y - 8z + 7 = 0$

Achsenabschnittsform: $\frac{x}{-\frac{7}{11}} + \frac{y}{-\frac{7}{3}} + \frac{z}{\frac{7}{8}} = 1$

HNF: $\frac{11x + 3y - 8z + 7}{\sqrt{194}} = 0$

b) ACD:

in Parameterform: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$

allgemeine Form: $2x + 3y + z - 11 = 0$

Achsenabschnittsform: $\frac{x}{\frac{11}{2}} + \frac{y}{\frac{11}{3}} + \frac{z}{11} = 1$

HNF: $\frac{2x + 3y + z - 11}{\sqrt{14}} = 0$

c) Ebene BCD:

in Parameterform: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$

allgemeine Form: $4x - 3y + 2z + 5 = 0$

Achsenabschnittsform: $\frac{x}{-\frac{5}{4}} + \frac{y}{\frac{5}{3}} + \frac{z}{-\frac{5}{2}} = 1$

HNF: $\frac{4x - 3y + 2z + 5}{\sqrt{29}} = 0$