Abschlussprüfung an Fachoberschulen / Zusatzprüfung an Fachschulen zum Erwerb der Fachhochschulreife im Schuljahr 2008/2009

Haupttermin:	**Nach- bzw. Wiederholungstermin:**
25.05.2009	

Fachrichtung: **Agrarwirtschaft, Technik, Fachschule - Fachbereich Technik**

Fach: **Mathematik (technisch)**

Prüfungsdauer: **210 Minuten**

Hilfsmittel:
- Tafelwerk bzw. Formelsammlung (ohne handschriftlichen Eintrag, ohne ausführliche Musterbeispiele, kein Wissensspeicher mit Beispiellösungen)
- grafikfähiger Taschenrechner ohne Computer – Algebra – System (ohne Handbuch)
- Zeichengeräte

Aufgabenschwerpunkte:			**BE**
Pflichtteil:	Aufgabe 1	Analysis	20
	Aufgabe 2	Vektorrechnung	20
	Aufgabe 3	Analysis / Vektorrechnung	10
		Wahrscheinlichkeitsrechnung	10
Wahlteil:	Aufgabe 4	Analysis	20
	Aufgabe 5	Analysis	20
Erreichbare Bewertungseinheiten:			80

Bemerkungen:

Die Schüler haben die drei Pflichtaufgaben und eine der zwei Wahlaufgaben zu lösen. Dabei muss durch den Schüler eindeutig gekennzeichnet werden, welche der Wahlaufgaben **nicht** bewertet werden soll, falls beide Wahlaufgaben bearbeitet werden.

Pflichtaufgabe 1	**BE**
Analysis	**20**
Gegeben sind die reellen Funktionen f_a und g: $f_a(x) = \frac{2x-a}{x^2-4}$; $a \in R$ $g(x) = \frac{x}{x^2-4}$. Die Graphen der Funktionen f_a werden mit H_a und der Graph der Funktion g mit G bezeichnet.	
1.1.0 In der folgenden Teilaufgabe gilt a = 2.	
1.1.1 Ermitteln Sie für die Funktion f_2 den Definitionsbereich und die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.	3
1.1.2 Geben Sie die Gleichungen aller Asymptoten von H_2 an.	2
1.1.3 Ermitteln Sie eine Gleichung der Tangente t an H_2 im Punkt $P(3; f_2(3))$ und geben Sie den Anstiegswinkel von t an.	4
1.1.4 Die Normale n im Punkt P und die Tangente t begrenzen mit der y – Achse ein Dreieck. Ermitteln Sie die Flächenmaßzahl dieses Dreiecks.	3
1.1.5 Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche zwischen den Graphen H_2 und G der Funktionen f_2 und g im Intervall $[\ 0 ; 1\ ]$.	2
1.2.0 In der folgenden Teilaufgabe gilt $a \in R$.	
1.2.1 Ermitteln Sie alle Werte des Parameters a so, dass für die Funktion f_a eine hebbare Definitionslücke existiert.	2
1.2.2 Zeigen Sie, dass für die 1. Ableitung der Funktion f_a gilt: $f_a'(x) = \frac{-2x^2+2ax-8}{(x^2-4)^2}$.	1
1.2.3 Berechnen Sie die Anzahl der möglichen Extremstellen von f_a in Abhängigkeit des Parameters a.	3

Pflichtaufgabe 2	**BE**
Vektorrechnung	**20**
In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(1;2;-3)$, $B(2;2;3)$, $C(1;-2;1)$ und $S_k(7;k-2;-2)$ gegeben $(k \in R)$.	
2.1.0 Die Punkte A, B und C bestimmen die Ebene E.	
2.1.1 Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E in Parameter- und in Koordinatenform.	3
2.1.2 Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden g, die durch die Punkte A und B verläuft. Berechnen Sie den Durchstoßpunkt von g durch die y – z – Ebene.	3
2.1.3 Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes D so, dass das Viereck ABCD ein Parallelogramm bildet.	2
2.2.0 Die Punkte A, B, C und D sind die Eckpunkte der Grundfläche einer Pyramide mit der Spitze S_1.	
2.2.1 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Seitenfläche ABS_1 und ermitteln Sie den Neigungswinkel dieser Seitenfläche gegenüber der Grundfläche.	4
2.2.2 Zeigen Sie, dass der Punkt S_1 senkrecht über dem Schnittpunkt der Diagonalen der Grundfläche liegt.	3
2.3.0 Die in der Ebene E liegenden Punkte A, B, C und D sind die Eckpunkte der Grundfläche einer Pyramide mit der Spitze S_k.	
2.3.1 Bestimmen Sie den Wert von k so, dass S_k in der Ebene E liegt.	2
2.3.2 Berechnen Sie die Werte k so, dass die Pyramide die Höhe $\sqrt{38}\ LE$ hat.	3

Pflichtaufgabe 3	BE
Analysis / Vektorrechnung / Wahrscheinlichkeitsrechnung	**20**
3.1 Berechnen Sie den Wert des bestimmten Integrals unter Verwendung der Stammfunktion: $\int_{-2}^{1}(x^3-4)\,dx$.	2
3.2 Gegeben sind die reellen Funktionen f und g im Intervall $[-2\pi;\pi]$: $f(x)=8\cdot\sin(\frac{1}{2}x)$; $g(x)=e^x-4$. Die Graphen der Funktionen f und g schließen eine Fläche (bestehend aus 2 Teilflächen) vollständig ein. Ermitteln Sie den Inhalt dieser Fläche.	2
3.3 Gegeben ist die reelle Funktion f: $f(x)=\frac{x}{2-x^2}\cdot e^{\frac{1}{x}}$. Geben Sie den Definitionsbereich von f an. Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden, die durch den Ursprung und das relative Minimum von f verläuft.	3
3.4 Berechnen Sie den Schnittpunkt der Geraden g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}6\\2\\-8\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-2\\1\\3\end{pmatrix}$ mit den Geraden h_k , die durch die Punkte $A(2;4;-2)$ und $B_k(k;3;7)$ verlaufen ($k\in R$).	3
3.5.0 In einer Lostrommel befinden sich 7 mit jeweils einem Buchstaben versehene gleichartige Kugeln. Dabei sind 2 Kugeln mit dem Buchstaben A, 2 Kugeln mit E, eine mit L, eine mit T und eine mit I bezeichnet.	
3.5.1 Es werden 3 Kugeln nacheinander gezogen und jede sofort wieder zurückgelegt, wobei der Buchstabe jeweils notiert wird. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse: E_1 : Es entsteht das Wort AAL. E_2 : Der Buchstabe T wird nicht gezogen.	2
3.5.2 Es werden nun 3 Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen gezogen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse. E_3 : Es entsteht beim Aneinanderlegen der nacheinander gezogenen Kugeln das Wort AAL. E_4 : Die entstehende Buchstabenfolge beinhaltet nur Vokale.	3

Pflichtaufgabe 3 (Blatt 2)	**BE**
3.6 Ein Autohaus eines großen Autoproduzenten verkauft Autos dreier verschiedener Kategorien: Kleinwagen, Mittelklasse, Oberklasse. 50 % der Kunden kaufen einen Kleinwagen, 40 % ein Auto der Mittelklasse und 10 % ein Auto der Oberklasse. Beim Kleinwagen entscheiden sich ein Fünftel der Kunden für eine Sitzheizung, in der Mittelklasse ein Drittel und in der Oberklasse die Hälfte der Kunden dafür. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse: A: Ein zufällig ausgewählter Kunde fährt ein Fahrzeug mit Sitzheizung. B: Ein zufällig ausgewählter Kunde fährt einen Mittelklassewagen ohne Sitzheizung. C: Ein zufällig ausgewählter Kunde fährt ein Auto der Oberklasse oder ein Fahrzeug mit Sitzheizung.	5

Wahlaufgabe 1	BE
Analysis	**20**
Gegeben ist die reelle Funktion f: $f(x) = 2 \cdot \sin(2x) + 2$. Der Graph von f wird mit G bezeichnet.	
4.1.0 In dieser Teilaufgabe gilt: $0 \le x \le 2\pi$.	
4.1.1 Geben Sie die Koordinaten der Punkte an, die f mit den Koordinatenachsen gemeinsam hat.	3
4.1.2 Geben Sie die Koordinaten und die Art der relativen Extrempunkte von f an.	2
4.1.3 Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche, die von G und den beiden Koordinatenachsen vollständig eingeschlossen wird.	2
4.1.4 Es gibt genau einen Punkt P, in dem die Tangente an G folgende Gleichung besitzt: $y = -4x + 2 \cdot (1 + \pi)$. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes P.	4
Gegeben sind die reellen Funktionen f_a: $f_a(x) = a \cdot \sin(2x) + 2 \quad ; a \in R, a > 0$.	
4.2.0 In dieser Teilaufgabe gilt: $0 < x < \pi$.	
4.2.1 Geben Sie den Wertebereich der Funktionen f_a an.	2
4.2.2 Berechnen Sie die Koordinaten des Wendepunktes der Funktionen f_a .	4
4.3 Berechnen Sie den Wert a ($a \in R$) für das folgende bestimmte Integral: $\int_{\pi}^{\frac{5}{4}\pi} (a \cdot \sin(2x) + 2)dx = \pi$.	3

Wahlaufgabe 2	BE
Analysis	**20**
Gegeben sind die reellen Funktionen f_a : $f_a(x) = e^{ax}(4x+2)$ $a \in R\,; a \neq 0$. Die Graphen dieser Funktionen werden mit G_a bezeichnet.	
5.1.0 In dieser Teilaufgabe gilt $a = -1$.	
5.1.1 Geben Sie für G_{-1} die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen sowie die Koordinaten und die Art des relativen Extrempunktes an.	3
5.1.2 Zeigen Sie, dass die Funktion f_{-1} einen Wendepunkt besitzt und geben Sie dessen Koordinaten an.	3
5.1.3 Der Graph G_{-1} , die Gerade x = 5 und die Koordinatenachsen begrenzen eine Fläche vollständig. Skizzieren Sie den Sachverhalt und ermitteln Sie die Maßzahl dieser Fläche.	2
5.1.4 Eine Parallele zur y – Achse mit der Gleichung x = u (u > 0) schneidet den Graphen G_{-1} im Punkt R und die x – Achse im Punkt Q. Der Koordinatenursprung O und die Punkte Q und R bilden ein Dreieck mit dem Flächeninhalt A(u). Ermitteln Sie, für welchen Wert u der Flächeninhalt A(u) maximal wird (auf den Nachweis kann verzichtet werden). Geben sie den maximalen Flächeninhalt an.	4
5.1.5 Der Graph einer quadratischen Funktion g mit $g(x) = ax^2 + bx + c$ berührt die x – Achse im Punkt $P(-0{,}5\,;0)$ und verläuft durch den Schnittpunkt von G_{-1} mit der y – Achse. Ermitteln Sie eine Funktionsgleichung für die Funktion g.	4
5.2.0 In dieser Teilaufgabe gilt $a \in R$ ($a \neq 0$).	
5.2.1 Weisen Sie nach, dass für die 1. Ableitung der Funktion f_a gilt: $f_a'(x) = e^{ax}(4ax + 2a + 4)$	2
5.2.2 Berechnen Sie den Wert a, für den der relative Extrempunkt von f_a auf der y – Achse liegt. Geben Sie die Koordinaten dieses Punktes an.	2