Schriftliche Abschlussprüfung an Fachoberschulen/
Zusatzprüfung zum Erwerb der Fachhochschulreife
in beruflichen Bildungsgängen
im Schuljahr 2009/2010

Haupttermin: **Nach- bzw. Wiederholungstermin:**

21.05.2010

Schularten:	Fachoberschule	- Fachrichtung Agrarwirtschaft - Fachrichtung Technik
	Fachschule	- Fachbereich Technik
Fach:	Mathematik (technisch)	
Prüfungsdauer:	210 Minuten	

Hilfsmittel:
- Tafelwerk bzw. Formelsammlung (ohne handschriftlichen Eintrag, ohne ausführliche Musterbeispiele, kein Wissensspeicher mit Beispiellösungen)
- grafikfähiger Taschenrechner ohne Computer - Algebra - System (ohne Handbuch)
- Zeichengeräte

Aufgabenschwerpunkte:			**BE**
Pflichtteil:	Aufgabe 1	Analysis	20
	Aufgabe 2	Vektorrechnung	20
	Aufgabe 3	Analysis / Vektorrechnung	10
		Wahrscheinlichkeitsrechnung	10
Wahlteil:	Aufgabe 4	Analysis	20
	Aufgabe 5	Analysis	20
Erreichbare Bewertungseinheiten:			**80**

Bemerkungen:

Die Schüler haben die drei Pflichtaufgaben und eine der zwei Wahlaufgaben zu lösen. Dabei muss durch den Schüler eindeutig gekennzeichnet werden, welche der Wahlaufgaben **nicht** bewertet werden soll, falls beide Wahlaufgaben bearbeitet werden.

Pflichtaufgabe 1	BE
Analysis	**20**
Gegeben sind die reellen Funktionen f_a: $f_a(x) = e^{ax} \cdot (2ax - 1)$; $a \in R$; $a \neq 0$. Die Graphen der Funktionen f_a werden mit G_a bezeichnet.	
1.1.0 In der folgenden Teilaufgabe gilt $a = -0{,}5$.	
1.1.1 Geben Sie die Schnittpunkte von $G_{-0,5}$ mit den Koordinatenachsen an.	2
1.1.2 Zeigen Sie, dass $f''_{-0,5}(x) = \frac{1}{4} e^{-0,5x} \cdot (3 - x)$ die 2. Ableitungsfunktion von $f_{-0,5}$ ist.	3
1.1.3 Ermitteln Sie die Koordinaten des Wendepunktes von $f_{-0,5}$. (ohne Nachweis)	1
1.1.4 Bestimmen Sie eine Gleichung der Wendetangente von $f_{-0,5}$.	2
1.1.5 Ermitteln Sie die Fläche, die der Graph $G_{-0,5}$ mit den Koordinatenachsen einschließt.	2
1.2.0 In der folgenden Teilaufgabe gilt $a \in R$ und $a \neq 0$.	
1.2.1 Berechnen Sie die Koordinaten und Art des relativen Extrempunktes von f_a.	5
1.3.0 Gegeben sind die reellen Funktionen h: $h(x) = e^{-0,5x}$ und g: $g(x) = -4x + 3$.	
1.3.1 Die Graphen der Funktionen h und g schließen eine Fläche vollständig ein. Ermitteln Sie deren Flächeninhalt.	2
1.3.2 Der Graph der Funktion h, eine Gerade $x = k$ und die Koordinatenachsen begrenzen eine Fläche vollständig. Berechnen Sie den Wert k $(k \in R\ ;\ k < 0)$ so, dass dieser Flächeninhalt 6 FE beträgt.	3

Pflichtaufgabe 2	**BE**
Vektorrechnung	**20**
In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(1;-2;3)$, $B(5;2;-4)$, $C(-1;0;3)$, $D(3;4;-4)$ und $S(8;5;11)$ gegeben. Die Gerade g verläuft durch die Punkte A und C, die Gerade h durch die Punkte A und B.	
2.1. Die Punkte A, B und C bilden ein Dreieck. Zeigen Sie, dass dieses Dreieck rechtwinklig ist.	2
2.2.0 Die Geraden g und h liegen in einer Ebene E.	
2.2.1 Geben Sie eine Gleichung der Ebene E in Parameter- und in Koordinatenform an.	2
2.2.2 Zeigen Sie, dass die Gerade k durch die Punkte A und S senkrecht zur Ebene E verläuft.	2
2.2.3 Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes S', der durch Spiegelung des Punktes S an der Ebene E entsteht.	2
2.2.4 Es existieren genau zwei Punkte Q_1 und Q_2 auf der Geraden g, die vom Punkt S den Abstand von 18 LE haben. Berechnen Sie die Koordinaten eines dieser beiden Punkte.	4
2.3.0 Die Gerade m verläuft parallel zu g und durch den Punkt B, die Gerade n verläuft parallel zu h und durch den Punkt C.	
2.3.1 Geben Sie jeweils eine Gleichung der Geraden m und n an.	2
2.3.2 Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes der Geraden m und n.	3
2.3.3 Zeigen Sie, dass das Viereck ABDC in dieser Orientierung ein Rechteck ist.	2
2.3.4 Ermitteln Sie den Flächeninhalt des Vierecks ABDC.	1

Pflichtaufgabe 3	**BE**
Analysis / Vektorrechnung / Wahrscheinlichkeitsrechnung	**20**
3.1 Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades verläuft durch den Punkt $P(0;-6)$ und hat an der Nullstelle $x_0 = 3$ ihren Wendepunkt. Die Wendetangente hat den Anstieg 5. Bestimmen Sie den Funktionsterm dieser Funktion.	4
3.2.0 Gegeben sind die reellen Funktionen f und g und die Gerade $x = a$ $(a \in R\ ;\ a > 0)$: $f(x) = x^2 \quad ; \quad g(x) = \frac{1}{x^2}$.	
3.2.1 Für $a = 2$ schließen die Graphen der Funktionen f und g, die x-Achse sowie die Gerade $x = 2$ im 1. Quadranten eine Fläche vollständig ein. Ermitteln Sie den Inhalt dieser Fläche.	3
3.2.2 Die Graphen der Funktionen f und g, die x-Achse und eine Gerade $x = a$ begrenzen eine Fläche von 1 FE vollständig. Ermitteln Sie rechnerisch den Wert a.	3
3.3 In einem Lostopf befinden sich 4 Kleingewinne und 16 Nieten. Max kauft drei Lose. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse: A: Max erhält nur Nieten. B: Max erhält mindestens einen Kleingewinn. C: Max erhält einen Kleingewinn und zwei Nieten.	4
3.4.0 Bei einer Chipherstellung beträgt der Ausschussanteil 10 %.	
3.4.1 Der Produktion werden 20 Chips entnommen. Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse an: D: Alle Chips sind in Ordnung. E: Genau ein Chip ist fehlerhaft. F: Höchstens ein Chip ist fehlerhaft.	3
3.4.2 Berechnen Sie, wie viele Chips man der Produktion mindestens entnehmen muss, damit die Wahrscheinlichkeit, mit der man wenigstens einen defekten Chip erhält, mehr als 99 % beträgt	3

Wahlaufgabe 1	BE
Analysis	**20**
Gegeben sind die reellen Funktionen g_k und h: $g_k : g_k(x) = -\frac{1}{k} - \cos(kx)$; $k \in R$; $k > 0$ $h: \; h(x) = 2 \cdot (\cos x)^2$. Die Graphen der Funktionen g_k werden mit G_k und der Graph der Funktion h mit H bezeichnet.	
4.1.0 In dieser Teilaufgabe gilt: $k = 2$ und $0 \leq x < 2\pi$.	
4.1.1 Geben Sie für die Funktion g_2 den Wertebereich und die Nullstellen an.	2
4.1.2 Berechnen Sie die Koordinaten und die Art der relativen Extrempunkte von g_2.	4
4.1.3 Die Gerade t ist die Tangente an G_2 im Punkt $P\left(\frac{\pi}{3} ; 0\right)$. Berechnen Sie eine Gleichung der Geraden t.	2
4.1.4 Geben Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von G_2 und H im Intervall $[\,0 ; \pi\,]$ an.	2
4.1.5 Skizzieren Sie die Graphen G_2 und H in einem kartesischen Koordinatensystem für $x \in [\,0 ; \pi\,]$.	2
4.1.6 Die Graphen G_2 und H sowie die y-Achse begrenzen eine Fläche vollständig. Kennzeichnen Sie diese Fläche in der Skizze 4.1.5 und berechnen Sie deren Inhalt unter Verwendung der Stammfunktion. (Hinweis: Verwenden Sie: $2 \cdot (\cos x)^2 = \cos(2x) + 1$)	4
4.2.0 In dieser Teilaufgabe gilt: $k \in R$, $k > 0$.	
4.2.1 Geben Sie den Wertebereich für die Funktionen g_k an.	1
4.2.2 Ermitteln Sie alle Werte k, für die die Funktionen g_k im Intervall $0 < x \leq 2\pi$ an der Stelle $x = \pi$ eine waagerechte Tangente besitzen.	3

Wahlaufgabe 2	**BE**
Analysis	**20**
Gegeben sind die reellen Funktionen $f_a : f_a(x) = \frac{x^2 - a^2}{(x-1)^3}$; $a \in R$; $a \neq 0$.	
Die Graphen der Funktionen f_a werden mit G_a bezeichnet.	
5.1.0 In dieser Teilaufgabe gilt $a = 4$.	
5.1.1 Geben Sie den Definitionsbereich von f_4 und die Art der Unstetigkeitsstelle von G_4 an.	2
5.1.2 Ermitteln Sie die Gleichung der waagerechten Asymptote von G_4 .	2
5.1.3 Zeigen Sie, dass gilt: $f_4'(x) = \frac{-x^2 - 2x + 48}{(x-1)^4}$. Ermitteln Sie die Koordinaten der relativen Extrempunkte von f_4 und geben Sie deren Art an (ohne Nachweis).	4
5.1.4 Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes T auf G_4 für den Fall, dass der Abstand von T zum Koordinatenursprung minimal wird (ohne Nachweis des Minimums). Geben Sie den minimalen Abstand an.	4
5.1.5 Bestimmen Sie den von G_4 und den beiden Koordinatenachsen im 2. Quadranten eingeschlossenen Flächeninhalt.	2
5.2.0 In dieser Teilaufgabe gilt $a \in R$; $a > 2$.	
5.2.1 Bestimmen Sie die Schnittpunkte von G_a mit den Koordinatenachsen.	3
5.2.2 Die Funktionen $f_a(x)$ haben mit den Funktionen $g_a(x) = x^2 - a^2$ genau 3 Schnittstellen. Zeigen Sie, dass eine Schnittstelle unabhängig von a ist und geben Sie deren Wert an.	3