Abschlussprüfung an Fachoberschulen / Zusatzprüfung
an Fachschulen zum Erwerb der Fachhochschulreife
im Schuljahr 2006 / 2007

Haupttermin: 15.06.2007

Nach- bzw. Wiederholungstermin:

Fachrichtung: **Agrarwirtschaft, Technik, Fachschule - Fachbereich Technik**

Fach: **Mathematik (technisch)**

Prüfungsdauer: **210 Minuten**

Hilfsmittel:
- Tafelwerk bzw. Formelsammlung (ohne handschriftlichen Eintrag, ohne ausführliche Musterbeispiele, kein Wissensspeicher mit Beispiellösungen)
- grafikfähiger Taschenrechner ohne Computer – Algebra – System (ohne Handbuch)
- Zeichengeräte

Aufgabenschwerpunkte:			**BE**
Pflichtteil:	Aufgabe 1	Analysis	20
	Aufgabe 2	Vektorrechnung	20
	Aufgabe 3	Analysis / Vektorrechnung	10
		Wahrscheinlichkeitsrechnung	10
Wahlteil:	Aufgabe 4	Analysis	20
	Aufgabe 5	Analysis	20

Erreichbare Bewertungseinheiten: 80

Bemerkungen:

Die Schüler haben die drei Pflichtaufgaben und eine der zwei Wahlaufgaben zu lösen. Dabei muss durch den Schüler eindeutig gekennzeichnet werden, welche der Wahlaufgaben **nicht** bewertet werden soll, falls beide Wahlaufgaben bearbeitet werden.

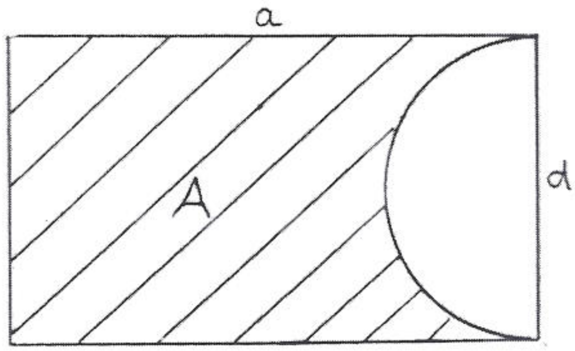
Pflichtaufgabe 1	BE
Analysis	**20**
Gegeben sind die reellen Funktionen f_a : $f_a(x) = \frac{x-a}{x^3+x^2}$; $a \in R$. Die Graphen der Funktionen f_a werden mit G_a bezeichnet.	
1.1.0 Für diese Teilaufgabe gilt a = 0,5.	
1.1.1 Geben Sie den Definitionsbereich der Funktion $f_{0,5}(x)$, sowie den Schnittpunkt mit der x – Achse an.	2
1.1.2 Bestimmen Sie die Gleichungen der Asymptoten von $f_{0,5}$.	2
1.1.3 Berechnen Sie die relativen Extremstellen von $f_{0,5}$ und bestimmen Sie die Art der Extrema mittels GTR.	4
1.1.4 Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente und die Gleichung der Normale an den Graphen $G_{0,5}$ im Punkt $P(-2; \frac{5}{8})$.	3
1.1.5 Die Geraden $g_1 : y = x + \frac{21}{8}$ und $g_2 : y = -x - \frac{11}{8}$ schließen mit der y – Achse eine Fläche ein. Der Graph der Funktion $h(x) = \frac{1}{2}x^2$ teilt diese Fläche in zwei Teilflächen A_1 und A_2. Skizzieren Sie den Sachverhalt und ermitteln Sie das Verhältnis dieser Teilflächen.	5
1.2.0 Für diese Teilaufgabe gilt $a \in R, a \neq 0, a \neq -1$.	
1.2.1 Weisen Sie nach, dass $f_a'(x) = -\frac{2x^2-(3a-1)x-2a}{x^3(x+1)^2}$ Ableitungsfunktion von $f_a(x)$ ist.	1
1.2.2 Ermitteln Sie, für welche Werte $a \in R$ die Funktionen $f_a(x)$ keine relativen Extrema besitzen.	3

Pflichtaufgabe 2	**BE**
Vektorrechnung	**20**
In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(1;1;-1), B(2;4;-2), C(-1;3;2), D_k(k-1;0;k+4), k \in R$ sowie die Ebene $E: x-2y+3z=1$ gegeben.	
2.1 Die Punkte A, B und C bestimmen eine Ebene F. Berechnen Sie die Parameterform und die Koordinatenform von F.	3
2.2 Bestimmen Sie den Parameter k, für den der Punkt D_k in der Ebene F liegt.	2
2.3 Zeigen Sie, dass das Viereck $ABCD_{-1}$ ein Parallelogramm ist	2
2.4 Berechnen Sie den Schnittpunkt M der Diagonalen, die Innenwinkel und den Flächeninhalt des Parallelogramms $ABCD_{-1}$.	5
2.5 Die Gerade g verläuft durch die Punkte A und C. Berechnen Sie die Durchstoßpunkte von g mit den Koordinatenebenen.	3
2.6 Bestimmen Sie den Abstand $d(k)$ des Punktes D_k von der Ebene E.	2
2.7 Berechnen Sie die Werte k, für die der Abstand der Punkte D_k von der Ebene E $p=\sqrt{14}\ LE$ beträgt.	3

Pflichtaufgabe 3 | **BE**

Analysis / Vektorrechnung / Wahrscheinlichkeitsrechnung | **20**

3.1 Aus einem Blechstreifen der Breite a = 10 cm soll ein Halbkreis mit dem Durchmesser d ausgeschnitten werden (siehe Abbildung). Berechnen Sie den Durchmesser d so, dass der Inhalt der Restfläche A maximal wird. | 5



3.2 Berechnen Sie den Parameter b ($b \in R, b > 1$) so, dass gilt: | 3

$$\int_1^b (1+2x)dx = 4.$$

3.3 Berechnen Sie unter Verwendung der Stammfunktion das Integral: | 2

$$\int_0^4 e^{-\frac{x}{2}+1} dx .$$

3.4.0 Bei der Herstellung von Karosserieteilen für die PKW – Produktion erfolgen für die einzelnen Teile drei Kontrollen. Dabei wurde festgestellt:

1. Kontrolle der Passgenauigkeit: 10% Ausschuss
2. Kontrolle der Oberflächenqualität: 15% Ausschuss
3. Kontrolle der Farbe: 20% Ausschuss.

3.4.1 Ein Teil gehört zur 1. Wahl, wenn alle drei Kontrollen positiv (kein Ausschuss) sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, ein Erzeugnis der 1. Wahl zu erhalten? | 2

3.4.2 Wird eine Bedingung nicht erfüllt, kann das Teil noch als 2. Wahl weiter verarbeitet werden. Der Rest ist Ausschuss.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, ein Erzeugnis der 2. Wahl zu erhalten? | 3

3.5 Eine Münze (Zahl / Wappen) wird dreimal geworfen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse: | 5

A: Es wird dreimal Zahl geworfen.
B: Es wird mindestens einmal Wappen geworfen.
C: Es wird höchstens einmal Wappen geworfen.

Wahlaufgabe 1	**BE**
Analysis	**20**
Gegeben sind die reellen Funktionen $f_a : f_a(x) = -a + 2a \cdot \cos x$ und $g_a : g_a(x) = -a + \sin(2x)$ mit $a \in R, a > 0$ im Intervall $[0; 2\pi]$.	
4.1.0 In dieser Teilaufgabe gilt a = 1.	
4.1.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte der Funktionen f_1 und g_1.	4
4.1.2 Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen f_1 und g_1 in einem kartesischen Koordinatensystem.	2
4.1.3 Ermitteln Sie den Inhalt der Fläche, die von den Graphen der Funktionen f_1 und g_1 vollständig eingeschlossen wird.	2
4.1.4 Bestimmen Sie den Schnittwinkel der Graphen der Funktionen f_1 und g_1 im Punkt $P(\frac{3\pi}{2}; f_1(\frac{3\pi}{2}))$.	4
4.2.0 In dieser Teilaufgabe gilt $a \in R, a > 0$.	
4.2.1 Geben Sie jeweils den Wertebereich der Funktionen f_a und g_a an.	2
4.2.2 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktionen f_a.	2
4.2.3 Geben Sie für die Funktionen f_a eine Stammfunktion an.	1
4.2.4 Der Graph von f_a und die Koordinatenachsen schließen im 1. Quadranten eine Fläche A ein. Berechnen Sie den Wert a, für den diese Fläche A = 5 FE beträgt.	3

Wahlaufgabe 2	BE
Analysis	**20**
Gegeben ist die reelle Funktion f: $f(x) = -\frac{1}{12}x^3 + \frac{3}{2}x + 9 \quad ; \quad x \in R.$ Der Graph der Funktion f wird mit G_f bezeichnet.	
5.1.1 Geben Sie für f die Achsenschnittpunkte, die relativen Extrempunkte und deren Art an.	2
5.1.2 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass der Punkt $W(0;9)$ Wendepunkt von f ist.	3
5.1.3 Eine Gerade h durch die Achsenschnittpunkte von G_f schließt mit dem Graphen G_f zwei Flächenstücke vollständig ein. Skizzieren Sie den Sachverhalt. Berechnen Sie unter Verwendung der Stammfunktion den Flächeninhalt.	5
5.2.0 Gegeben sind weiterhin die reellen Funktionen g_t : $g_t(x) = \frac{1}{4}x^2 - tx + 9 \quad ; \quad x \in R, t \in R.$ Die Graphen von g_t werden mit K_t bezeichnet.	
5.2.1 Berechnen Sie die Anzahl der Nullstellen von g_t in Abhängigkeit von t.	4
5.2.2 Geben Sie die Werte für t an, für die der relative Extrempunkt von g_t auf der x – Achse liegt.	1
5.2.3 Der Graph K_3 und der Graph G_f werden im Intervall $[0;6]$ betrachtet. Berechnen Sie, an welcher Stelle x die Differenz $d(x) = f(x) - g_3(x)$ der Funktionsgraphen K_3 und G_f maximal ist (einschließlich Nachweis).	5