Mathe 7 – Wiederholung – **Gebrochene Zahlen**

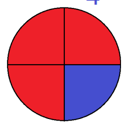
1. Formen

Gebrochene Zahlen können in 3 unterschiedlichen Formen vorkommen:

I) **Gemeiner Bruch**: z. B. $\frac{3}{4}$; $\frac{12}{5}$; $\frac{9}{10}$

Dabei wird die Zahl auf dem Bruchstrich Zähler und die Zahl unter dem Bruchstrich Nenner genannt.
Der Nenner gibt dabei an, in wie viele gleiche Teile das Ganze geteilt wird, während der Zähler angibt, wie viele solche Teile vorhanden sind.

z. B. $\frac{3}{4}$



Gemeine Brüche, die kleiner als 1 sind, nennt man echte Brüche, z. B. $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{11}{12}$, während gemeine Brüche, die größer oder gleich 1 sind, unechte Brüche heißen, z. B. $\frac{4}{4}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{13}{12}$

II) **Dezimalbruch**: z. B. 5,25; 12,8; 0,125

Dabei hat die Stelle nach dem Komma den Stellenwert $\frac{1}{10}$,
die zweite Stelle nach dem Komma den Stellenwert $\frac{1}{100}$ usw.
Von einem periodischen Dezimalbruch spricht man, wenn sich eine Ziffernfolge nach dem Komma wiederholt, z. B. $\frac{5}{7}=0,\overline{714285}$. Die sich wiederholende Ziffernfolge ist dabei die Periode und wird überstrichen dargestellt.
Alle nicht periodischen Dezimalbrüche heißen endliche Dezimalbrüche, da die Anzahl der Kommastellen endlich ist., z. B. $\frac{5}{8}=0,625$

III) **Gemischte Zahl**: z. B. $1\frac{3}{4}$; $4\frac{1}{2}$ $10\frac{9}{10}$

Gemischte Zahlen bestehen jeweils aus einer natürlichen Zahl und einem echten Bruch. Dazwischen kann man sich ein + denken.
Z. B. $1\frac{3}{4}=1+\frac{3}{4}$; $4\frac{1}{2}=4+\frac{1}{2}$, $10\frac{9}{10}=10+\frac{9}{10}$

2. Erweitern und Kürzen von gemeinen Brüchen

Beim Erweitern eines gemeinen Bruches wird sowohl der Zähler als auch der Nenner mit der gleichen natürlichen Zahl multipliziert. Der Wert der gebrochenen Zahl ändert sich dabei nicht. Z. B. $\frac{3}{4}=\frac{3\cdot5}{4\cdot5}=\frac{15}{20}$
Beim Kürzen eines gemeinen Bruches wird sowohl der Zähler als auch der Nenner durch der gleiche natürlichen Zahl ohne Rest dividiert. Der Wert der gebrochenen Zahl ändert sich auch dabei nicht. Z. B. $\frac{15}{20}=\frac{15\div5}{20\div5}=\frac{3}{4}$

3. Addieren und Subtrahieren

I) Addieren und Subtrahieren von gemeinen Brüchen

Um gemeine Brüche addieren bzw. subtrahieren zu können, muss man sie gleichnamig machen, d. h. sie müssen den gleichen Nenner besitzen. Der gleiche Nenner ist dabei das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)der alten Nenner.
Z. B. $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$: Das kgV von 6 und 4 ist 12 → 12 muss der neue Nenner von $\frac{5}{6}$ und $\frac{3}{4}$

werden. Dazu muss $\frac{5}{6}$ mit 2 und $\frac{3}{4}$ mit 3 erweitert werden. → $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}=\frac{10}{12}+\frac{9}{12}$
Gleichnamige Brüche werden addiert bzw. subtrahiert, indem man nur die Zähler addiert bzw. subtrahiert. → $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}=\frac{10}{12}+\frac{9}{12}=\frac{19}{12}$
Weiteres Beispiel: $\frac{5}{6}-\frac{3}{9}=\frac{15}{18}-\frac{6}{18}=\frac{9}{18}$ Das Ergebnis muss dabei immer so weit wie möglich gekürzt angegeben werden. → $\frac{9}{18}=\frac{1}{2}$

II) Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen

Dezimalbrüche werden schriftlich genau so addiert bzw. subtrahiert wie natürliche Zahlen. Dazu muss man sie so untereinander schreiben, dass gleiche Stellenwerte und damit auch das Komma untereinander stehen.

III) Addieren und Subtrahieren von gemischten Zahlen

Eine erste Möglichkeit ist, die gemischten Zahlen in gemeine Brüche oder Dezimalbrüche umzuwandeln (siehe 5.IV oder 5.V) je nachdem, was einfacher ist und diese dann zu addieren oder zu subtrahieren.
Z. B. $4\frac{1}{6}+3\frac{2}{3}=\frac{25}{6}+\frac{11}{3}=\frac{25}{6}+\frac{22}{6}=\frac{47}{6}=7\frac{5}{6}$
Häufig ist es jedoch günstiger, vorher die ganzzahligen Anteile und erst dann die echten Brüche zu addieren oder zu subtrahieren.
Z. B. $4\frac{1}{6}+3\frac{2}{3}=4+3+\frac{1}{6}+\frac{2}{3}=7+\frac{1}{6}+\frac{4}{6}=7\frac{5}{6}$

4. Multiplizieren und Dividieren

I) Multiplizieren und Dividieren von gemeinen Brüchen

Gemeine Brüche können ohne Vorbereitung sofort multipliziert bzw. dividiert werden.
Zwei gemeine Brüche werden multipliziert, indem man die Zähler miteinander und die Nenner miteinander multipliziert. Z. B. $\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}=\frac{5\cdot 3}{6\cdot 4}=\frac{15}{24}=\frac{5}{8}$
Man kann die Rechnung vereinfachen, wenn man vorher kürzt, z. B. $\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}=\frac{5\cdot 3}{6\cdot 4}=\frac{5}{2\cdot 4}=\frac{5}{8}$
Zwei gemeine Brüche werden dividiert, indem man den Dividenden mit dem Reziproken (Kehrwert) des Divisors multipliziert. Z. B. $\frac{5}{6}\div\frac{3}{4}=\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{3}=\frac{5\cdot 4}{6\cdot 3}=\frac{20}{18}=\frac{10}{9}$ bzw.
$\frac{5}{6}\div\frac{3}{4}=\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{3}=\frac{5\cdot 2}{3\cdot 3}=\frac{10}{9}$
Weitere Beispiele:
$\frac{8}{5}\cdot\frac{7}{4}=\frac{8\cdot 7}{5\cdot 4}=\frac{56}{20}=\frac{14}{5}$ bzw. $\frac{8}{5}\cdot\frac{7}{4}=\frac{8\cdot 7}{5\cdot 4}=\frac{2\cdot 7}{5}=\frac{14}{5}$
$\frac{10}{9}\div\frac{8}{3}=\frac{10}{9}\cdot\frac{3}{8}=\frac{10\cdot 3}{9\cdot 8}=\frac{30}{72}=\frac{5}{12}$ bzw. $\frac{10}{9}\div\frac{8}{3}=\frac{10\cdot 3}{9\cdot 8}=\frac{5}{3\cdot 4}=\frac{5}{12}$

II) Multiplizieren und Dividieren von Dezimalbrüchen

Dezimalbrüche werden schriftlich multipliziert und dividiert wie natürliche Zahlen.
Die Anzahl der Kommastellen des Produktes ergibt sich aus der Summe der Kommastellen der beiden Faktoren.
Vor der schriftlichen Division wird im Dividend und Divisor das Komma so viele Stellen nach rechts verschoben, bis der Divisor eine natürliche Zahl ist. Ein Überschlag ist durchaus sinnvoll ;)

Mathe 7 – Wiederholung – **Gebrochene Zahlen**

5. Umwandeln von gebrochenen Zahlen

I) **Einen gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch umwandeln**:

a) Falls der Nenner ein Vielfaches von 2 oder 5 ist, also z. B. 2, 4, 5, 8, 10, …:

- Bruch erweitern, so dass der Nenner eine 10er-Potenz ist
- Zähler durch Nenner (die 10er-Potenz) teilen, dabei das Komma um so viele Stellen nach links verschieben wie der Exponent der 10er-Potenz
- z. B. $\frac{13}{5}=\frac{13\cdot 2}{5\cdot 2}=\frac{26}{10}=2{,}6$; $\frac{17}{25}=\frac{17\cdot 4}{25\cdot 4}=\frac{68}{100}=0{,}68$; $\frac{5}{8}=\frac{5\cdot 125}{8\cdot 125}=\frac{625}{1000}=0{,}625$

b) Falls der Nenner kein Vielfaches von 2 oder 5 ist:

- Zähler durch Nenner teilen
- Falls sich eine Ziffernfolge wiederholt, erhält man die entsprechende Periode
- z. B. $\frac{13}{6}=2{,}1\overline{6}$; $\frac{17}{25}=\frac{17\cdot 4}{25\cdot 4}=\frac{68}{100}=0{,}68$; $\frac{5}{8}=\frac{5\cdot 125}{8\cdot 125}=\frac{625}{1000}=0{,}625$

II) **Einen endlichen Dezimalbruch in einen gemeinen Bruch umwandeln**:

- Ziffernfolge des Dezimalbruches (ohne Komma) ist der Zähler
- Der Nenner ist eine 10er-Potenz, bei der der Exponent genau so groß ist, wie die Anzahl der Kommastellen
- Gegebenenfalls kürzen
- Z. B. $0{,}14=\frac{14}{100}=\frac{7}{50}$; $2{,}85=\frac{285}{100}=\frac{67}{20}$; $0{,}152=\frac{152}{1000}=\frac{19}{125}$

III) **Einen unechten Bruch in eine gemischte Dezimalbruch umwandeln**:

- Zähler durch Nenner teilen → ganzer Anteil und ganzzahliger Rest
- Rest ist Zähler und alter Nenner ist auch Nenner des echten Bruches
- Z. B. $\frac{17}{6}=$ 2 Rest 5 → $\frac{17}{6}=$ 2 5/6

IV) **Eine gemischte Zahl in einen gemeinen Bruch umwandeln**:

- Ganzen Anteil auf den Nenner des echten Bruches erweitern
- Echten Bruch zum erweiterten ganzen Anteil addieren
- Z. B. $1\frac{3}{4}=\frac{4}{4}+\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$; $3\frac{6}{7}=\frac{21}{7}+\frac{6}{7}=\frac{27}{7}$; $5\frac{2}{9}=\frac{45}{9}+\frac{2}{9}=\frac{47}{9}$

V) **Eine gemischte Zahl in einen Dezimalbruch umwandeln**:

- Der ganze Anteil ist die Zahl vor dem Komma.
- Den echten Bruch in einen Dezimalbruch umwandeln (siehe I)
→ Ziffernfolge nach dem Komma
- Z. B. $1\frac{3}{4}=1,$ und $\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 25}{4\cdot 25}=\frac{75}{100}=0{,}75$ → $1\frac{3}{4}=1{,}75$

VI) **Einen endlichen Dezimalbruch in eine gemischte Zahl umwandeln**:

- Zahl vor dem Komma ist ganzer Anteil.
- Restlichen Dezimalbruch in einen gemeinen Bruch umwandeln (siehe II)
- Z. B. $2{,}34$: $0{,}34=\frac{34}{100}=\frac{17}{50}$ → $2{,}34=\frac{34}{100}=2\frac{17}{50}$